

Ateliers primaires

La proportionnalité

Les rectangles proportionnels

On demande aux enfants de découper un certain nombre de rectangles dans du papier, puis de les trier selon leur forme.

Que signifie dans ce cas-là le mot "forme" ?

D'une certaine manière ils ont tous la même forme puisque ce sont tous des rectangles, mais on sent bien malgré tout qu'il y a des variations. Si les enfants ont du mal à comprendre la consigne, on peut préciser en leur demandant s'ils peuvent découper deux rectangles qui ont la même forme, mais pas la même taille. Par exemple, il y a des rectangles qui sont des carrés (plus ou moins grands) et d'autres qui n'en sont pas.

Quand peut-on dire que deux rectangles ont ou n'ont pas la même forme ? Si on a un rectangle donné, comment construire d'autres rectangles qui ont la même forme ?

Plusieurs techniques peuvent apparaître.

- Par exemple, si on multiplie la longueur et la largeur d'un rectangle par 2, on obtient un autre rectangle qui a la même forme. On peut en fait multiplier les dimensions par n'importe quel nombre. Ça marche aussi avec une division par n'importe quel nombre.
- Une autre technique consiste à tracer la diagonale du rectangle de départ et à construire les autres rectangles avec la même diagonale.

Lors d'un atelier, un enfant a évoqué le fait que ces transformations lui faisaient penser aux zooms et dézooms que l'on peut faire sur une tablette numérique.

Pour s'aider, il est également possible d'utiliser les petits carrés orange d'atrimaths pour former des rectangles aux dimensions entières.

Lorsqu'on a suffisamment de rectangles de la même forme, on peut dresser un tableau des dimensions (largeur et longueur) et remarquer les propriétés de proportionnalité : on passe d'une ligne à l'autre en multipliant ou divisant par un même nombre. On peut alors donner les dimensions d'autres rectangles ayant la même forme, sans forcément avoir à les tracer. Il est possible de rajouter dans ce tableau une colonne avec la longueur de la diagonale; On peut alors constater que cette colonne est aussi proportionnelle aux deux autres.

À ce moment de l'atelier, on peut demander aux enfants s'ils connaissent d'autres exemples de tableaux de proportionnalité. Un exemple qu'ils connaissent bien sont les tables de multiplication.

Parmi les rectangles de même taille, il est possible d'en distinguer certains aux propriétés particulières. On peut proposer aux enfants ces propriétés pour qu'ils essaient de les construire :

- Ceux dont la longueur et la largeur sont égales. Facile, ce sont les carrés.
- Ceux qui deviennent des carrés si on les plie en deux. La longueur est deux fois plus grande que la largeur.
- Ceux qui gardent la même forme, mais en plus petit si on les plie en deux. Ces formes sont celles des feuilles de papier standard (A4, A5,...). La longueur est

environ 1,414 (racine de 2) fois plus grande que la largeur. Il est possible aux enfants de donner des approximations de ce nombre de façon expérimentale.

- Ceux qui gardent la même taille si on leur découpe un carré basé sur leur largeur. La longueur est environ 1,618 (le nombre d'or) fois plus grande que la largeur.

A la fin de l'activité, il est possible de partir sur d'autres formes géométriques. On peut proposer un modèle que les enfants devront reproduire en plus grand ou plus petit.

Changements d'échelle

Comment réaliser un plan à l'échelle de la salle de classe, de l'école ou de la cour de récréation ?

On peut également demander aux enfants de mesurer leurs propres proportions. Si on veut dessiner un personnage de façon réaliste, il faut connaître les proportions de la tête, des bras, des jambes... Ou placer les différents éléments sur un visage ?

On peut présenter ça comme un jeu de questions avec les enfants.

- Si la Terre faisait la taille d'une orange, combien mesurerait-on ?
- Si l'arbre mesurait 10 cm combien mesurerait-on ?
- Si la France mesurait 100 mètres de haut, combien mesurerait l'école ?
- Si une fourmi mesurait 1 mètre, combien mesurerait un chat ?

Est-il possible de découper un rectangle qui tenu à bout de bras se superpose parfaitement avec le tableau ?

Selon la place qu'occupent les enfants dans la salle, tous n'auront pas un rectangle de la même taille. Mais normalement tous ont la même forme. Ce principe est également celui des éclipses. Il est possible de déduire la distance du Soleil, avec sa taille et celle de la lune.

C'est également sur ce principe que fonctionne la croix de bûcheron, que l'on peut fabriquer avec deux règles ou deux crayons et qui permet de mesurer des objets à distance. Si un arbre apparaît de la même taille qu'une règle de 20cm qui se trouve à 20cm de notre oeil, alors la hauteur de l'arbre est également égale à la distance à notre oeil. Il suffit donc de se placer au bon endroit pour que la coïncidence entre la règle et l'objet mesuré se produise.

Le fait que les objets plus éloignés paraissent plus petits permet aussi de réaliser des illusions d'optique. On peut demander aux enfants de disposer certains objets sur une table de façon à ce qu'ils paraissent tous la même taille. Ou au contraire on a différentes figurines qui ne sont pas dans les mêmes proportions, mais on veut que d'un certain point de vue elles apparaissent avec des tailles cohérentes entre elles. On peut montrer des vidéos qui présentent ce genre d'effet et essayer de reproduire le même genre de scène.

On peut tenter à la fin de l'atelier de sortir dans la cour pour faire une photo avec tous les enfants de façon à ce que tout le monde soit de la même taille sur la photo. On peut également jouer sur les distances pour que les enfants paraissent de plus en plus petits de gauche à droite.

Cette sortie devra toutefois être bien préparée en classe avant pour que chacun connaisse sa position.

Le paquet de riz

On donne aux enfants un paquet de riz par table : ils ont la séance (ou plusieurs séances) pour déterminer le nombre de grains de riz.

Les enfants peuvent être tenté de commencer à compter les grains un par un, mais ils vont vite se rendre compte que cela va être beaucoup trop long.

Pour arriver à leur fins, tous les coups sont permis et ils peuvent notamment utiliser du matériel présent dans la classe comme des verres gradués, des règles, des balances... Plusieurs techniques peuvent être développées.

- Diviser le paquets de riz en parts égales, compter le nombre de grains de riz dans une part et multiplier.
- Peser une portion de riz et compter son nombre de grains, puis utiliser la proportionnalité (les paquets de riz pèsent 1kg). Notez que cette technique a deux variantes : les enfant peuvent d'abord compter un nombre de grains (par exemple 100) puis les peser ou bien ils peuvent d'abord peser une certaine masse (par exemple 100g) puis les compter. Il est intéressant de comparer ces deux méthodes, les deux permettent d'aboutir au résultat, mais la deuxième donne un calcul plus simple à effectuer.

Lors du bilan, les deux groupes seront arrivés à des résultats plus ou moins différents. C'est aussi l'occasion de développer une approche critique de ces conclusions. À quel point les nombres trouvés sont-ils fiables ? Peut-on estimer l'erreur commise ? Est-ce qu'il ne serait pas plus correct de donner une fourchette de nombres plutôt qu'une valeur précise ? D'où peuvent venir les erreurs dans les différentes méthodes de comptage mises en oeuvre ?

Lors d'un atelier, un débat très intéressant s'était installé pour savoir si un grain de riz tout seul pèse quelque chose ou si c'est seulement quand il y en a beaucoup qu'ils ont une certaine masse. La discussion avait finalement quelque chose d'un peu philosophique, puisque nous n'avions pas dans la classe d'instruments de mesure suffisamment précis pour pouvoir mettre en évidence la masse d'un grain tout seul, il fallait donc faire appel au raisonnement pour accepter le fait qu'un grain a une masse. Cela gênait certains élèves que cette masse existe sans qu'on puisse la détecter directement.

A la fin de l'atelier, si les enfants on bien compris le principe, ont peut aussi se lancer sur une grande estimation du nombre de grains de riz ou de grains de sables sur la planète. (Archimède lui-même avait fait ce genre d'estimation en son temps).

"Anamorphose" simplifiée.

Comment dessiner une image sur deux panneaux qui se trouvent à des distances différentes de l'oeil pour que, vu d'un certain point, on reconstitue une image entière ? Une vidéo de ce type : https://www.youtube.com/watch?v=m86ae_e_ptU pour faire rêver, une plutôt comme celle ci : <https://www.youtube.com/watch?v=n3qsufM4xDs> pour donner une image plus réaliste de ce qu'ils peuvent envisager de faire réellement.

Un dispositif avec un appareil photo sur pied, et des cartons (couvercles de ramettes de papier, par exemple) debout sur une table : il faut trouver comment faire pour que placés sur ces cartons, les dessins réalisés semblent bien former une figure correcte sur l'écran de l'appareil photo.