

Comparaison & Mesures

Voici diverses activités autour des mesures. La première est nettement plus « basique », il paraît difficile de s'en passer, et elle vient naturellement en premier. Mais il ne faut pas hésiter à changer régulièrement d'activité !

Le besoin de mesurer peut venir du fait que, si l'on veut comparer deux objets que l'on ne peut pas comparer directement en les mettant côte à côte, il faut pouvoir passer par un intermédiaire, la mesure. Commencer donc par comparer les choses avant de penser à mesurer les choses. C'est d'autant plus vrai pour les élèves de maternelle

Dans cet atelier, les enfants ont pour mission de ranger des objets dans un certain ordre. Au début, les objets à ranger peuvent être des crayons, des objets de la classe, les enfants eux même ou bien des formes géométriques comme celles de la moisson des formes. Pour les aider, les enfants ont à disposition un certain nombre d'instruments pouvant les aider disposés en vrac sur une table. L'utilisation de ces instruments n'est pas obligatoire et peut ne pas être pertinente. À eux de décider la méthode qu'ils souhaitent employer, puis de trouver l'outil qui leur semble le plus adapté.

Il est important en début de cycle de bien insister sur la différence entre les tris vus lors d'un précédent cycle et les rangements dans un certain ordre qu'on leur demande ici. Dans un tri, on fait plusieurs tas, tandis que maintenant on les range en ligne. Dans le premier cas, on veut simplement savoir si des objets sont dans la même catégorie ou non. Dans le deuxième, on veut pouvoir toujours comparer deux objets et dire lequel des deux est le plus grand, long, lourd, foncé,... Il n'est pas facile, même pour les animateurs, d'être constant dans le vocabulaire, les termes "rangement" et "tri" pouvant tout aussi bien s'appliquer dans les deux cas.

Pour faire comprendre aux enfants le principe d'un rangement dans un certain ordre, il peut être amusant de **proposer aux enfants de trouver des critères pour se ranger eux même**. Au départ, le premier critère à sortir est souvent celui de la taille. Dans certaines classes, il est difficile d'aller plus loin et de leur faire imaginer d'autres critères. Dans d'autres classes au contraire, les idées fusent, on peut ranger les enfants selon : leur taille, la longueur de leur cheveux, la couleur des vêtements, la pointure de leur chaussure, la couleur de leur peau, le son de leur voix...

Les enfants réalisent alors assez vite que certains de ces critères, sont difficiles à mettre en œuvre. Pour la pointure des chaussures, il peut y avoir des égalités. Pour la couleur des vêtements, il faut davantage préciser ce que l'on fait : du plus clair au plus foncé ? Selon les couleurs de l'arc-en-ciel ? Pour le son de la voix de la plus aiguë à la plus grave, il est vraiment difficile de classer à l'oreille, d'autant que chaque enfant peut faire avec sa voix des sons plus ou moins aigus ou graves.

Cette activité marche plus ou moins bien selon le groupe d'enfants. Avec des tout petits, en appelant les enfants un à un pour les ranger selon leur taille, l'activité peut rapidement devenir chaotique. Les enfants étant un peu trop enthousiastes, se lèvent pour venir se ranger sans se concerter et sans avoir vraiment compris la consigne.

1. Avec des formes en cartons découpées, ou le matériel déjà utilisé dans les premiers ateliers.

- Pour démarrer (particulièrement pour les petits), on peut poser des questions très simples : **quel est le stylo le plus long parmi ceux de la table ? Et la trousse la**

plus grande parmi celles du groupe ? Pouvez-vous ranger ces objets du plus long au plus court ?

On laisse bien entendu les enfants utiliser la méthode qu'ils souhaitent, tant qu'ils sont capables de l'expliquer.

Un enseignant tenait par exemple à tout prix à ce que les enfants alignent l'une des extrémités des deux objets qu'ils étaient en train de comparer. Il avait, plus ou moins consciemment, l'idée de préparer l'usage de la règle, avec l'éternel problème de bien caler le début de ce qu'on mesure sur le "0" de la règle, et non sur le bout de la règle, ou n'importe où ailleurs. Cela l'amenait à refuser toutes les réponses pourtant parfaitement exacte et justifiée d'enfants qui constatait que l'un des deux stylos dépassait des deux côtés, et était donc plus grand que son voisin...

- Passer dans un deuxième temps à **des objets qu'on ne peut pas déplacer : l'armoire est-elle plus large que la porte ? La fenêtre que le tableau ?** (Les années précédentes, plusieurs solutions ont été proposées : nombre de pas, nombre de cartables qu'on peut placer le long de l'un ou l'autre, de règles, de stylo...)

Cette activité est intéressante mais compliquée à mettre en pratique sans que ce soit trop le bazar, et de façon à ce que les enfants soient tous actifs. À de nombreuses reprises, des enfants erraient sans trop savoir quoi faire dans la classe...

Les justifications ne sont pas toujours évidentes à apporter. Lors d'une séance, un enfant propose d'utiliser des cartables pour comparer deux longueurs (une armoire et une hauteur de porte). "Pourquoi pas ? Comment vas-tu faire ?"

Il tente de répondre, ne s'en sort pas, et, tout content qu'on lui dise que son idée n'est pas mauvaise, se lève pour prendre tous les cartables autour de lui. Il faut bien sûr le calmer un peu, lui demander d'attendre, de demander, de bien fermer tous les sacs...

Quand il peut enfin agir, il empile les cartables contre la porte, ne s'en sort pas, tout seul. Les autres enfants de son groupe comprennent, viennent l'aider. Pour atteindre le haut de la porte, il faut de l'aide, monter sur une chaise... Je viens aider pour éviter un accident. Après avoir trouvé que la porte "fait" un peu plus de 6 cartables, il faut comparer avec l'armoire. Bizarrement, l'enthousiasme s'en va. Peut-être le fait que les cartables ne soient plus empilés mais posés les uns à côté des autres, peut être le fait qu'ils puissent changer de forme, ou tout simplement peut être le fait qu'ils aient oublié la question ?

Et pendant ce temps, naturellement, les autres groupes ont trouvé des méthodes plus simples à mettre en œuvre (règles, dont la grande règle du tableau, ficelle... Le bazar s'installe, nous sommes obligés de faire une pause dans la séance, et plus jamais la méthode des cartables pour comparer ne sortira. Je suis assez frustré : ils auraient pu répondre à la question en prenant cette idée, ils n'ont pas eu le temps, pas eu assez l'envie.

- Et enfin, **comparaison de périmètres (avec les blocs logiques, la moisson des formes...)**. **De deux formes, quelle est celle qui a le périmètre le plus long ?**

Il est essentiel de remarquer qu'on répondre à la question sans mesurer : il est par exemple possible d'utiliser une ficelle, en laissant un repère pour la longueur de chaque forme, ou encore de faire tourner deux formes l'une contre l'autre... Les enfants ne manquent pas d'idée !

Ne surtout pas hésiter à mettre dans le lot de formes un disque, une ellipse ou autres... L'expérience des années précédentes montre que les élèves s'attaquent au défi, et trouvent des solutions.

La notion de périmètre n'est pas toujours évidente pour les enfants, mais en passant un peu de temps, pour tous, par table, en faisant le tour avec le doigt, en parlant d'une petite fourmi qui fait tout le tour de la forme, quasiment tous finissent par comprendre ce dont il est question.

Mais avec l'histoire de la fourmi, il y a aussi un problème : une réaction observée plusieurs fois : un enfant fait le tour de la pièce en posant son doigt à plusieurs reprises, à peu près à côté de là où il se trouvait la fois précédente. "Cette pièce est plus grande, c'est plus long pour la fourmi.

- Pourquoi tu dis ça ? Comment en être sûr ?
- Regarde, (tour de la forme en comptant le nombre de fois où il peut placer le doigt) là c'est plus long
- Mais comment tu sais où mettre ton doigt à chaque fois ?

Impasse complète : le doigt se promène autour de la forme comme la fourmi qui marche et ne fait pas forcément des pas tous de la même taille... et il est très difficile de récupérer ces élèves, de leur faire comprendre que leur "méthode" n'en n'est pas une.

À l'une des séances, les élèves, par petits groupes de 3 ou 4, (mais souvent rapidement seuls) doivent dire quel polygone a un périmètre plus long. Puis donner des valeurs à ces périmètres, puisqu'ils utilisent tous une règle (Classe de CE1).

Comme ils ne connaissent pas encore tous les millimètres, les résultats peuvent varier : entre la méthode consistant à faire tourner la pièce le long de la règle, celle qui consiste à additionner les longueurs de chaque côté (en arrondissant au centimètre le plus proche à chaque fois). Il est alors compliqué mais très intéressant de tenter d'expliquer pourquoi ils n'ont pas tous trouvé la même chose !

L'un des élèves a très bien compris comment mesurer les périmètres de polygones, et ça ne l'amuse visiblement plus. Je lui apporte donc un disque, sans rien dire de particulier. Regard de l'enseignante : "Euh... Tu es sûr ?"

Regard de l'enfant, après avoir pris sa règle d'un geste mécanique, et constaté que ça n'était plus la même situation. Il semble me demander : "C'est une blague ?"

Je tente de rester le plus impassible possible : "Le bord de ce disque a bien une certaine longueur, non ?"

Après un dernier regard pour s'assurer que je ne blague pas, l'élève accepte de chercher. Petit à petit, toute la classe s'y met, soit parce qu'ils sont également très à l'aise avec tous les périmètres, soit parce qu'ils ont vu les voisins s'y mettre et qu'ils veulent essayer.

Un quart d'heure plus tard, chaque groupe a une réponse à proposer, avec une méthode.

Au moins 4 méthodes sortent :

- Faire des "pas" de 1cm tout autour du disque, mesurés par une règle, ce qui revient donc à faire une approximation du périmètre par un polygone inscrit (dessin)
- Faire le tour avec une ficelle, puis mesurer la ficelle (les élèves de ce groupe ont donc demandé la ficelle, nous avons précisé dès le début de cette série d'ateliers qu'ils pouvaient demander ce qu'ils voulaient comme matériel, pour peu que nous l'ayons à disposition bien sûr)
- Repérer un point sur le bord du disque, le caler sur le 0 de la règle, faire tourner le disque le long d'une règle jusqu'à ce que ce le point soit de nouveau sur la règle (dessin)
- Placer le disque sur une feuille, et tracer des lignes droites qui entourent le disque au mieux. Cela revient, en gros, à approcher le périmètre du disque par celui d'un polygone, méthode historique !

ENCADRÉ POINT CULTUREL :

Approximation de Pi par la méthode de compression.

Dans la cours de récré d'une école, les arbres sont plantés dans de îlots ayant des formes géométriques différentes dont la bordure est délimitée par des petites briques. Deux

enfants décident de comparer les périmètres de ces îlots en comptant le nombre de petites briques. Pour cela, elles prennent une craie et commencent à écrire 1, 2, 3, 4... sur les briques une à une.

Au début, l'une des deux a la craie et écrit les premiers nombres. Au bout de quelques briques, elle passe la craie à sa camarade qui continue quelques nombres. Ce manège dure quelques minutes, jusqu'à ce que l'une des enfants décide de casser la craie en deux pour qu'elles en aient chacune un morceau. Avec chacune leur moitié de craie, une autre organisation se dégage. Elles se mettent à écrire chacune un nombre sur deux : pendant que l'une écrit un nombre, l'autre passe de l'autre côté pour écrire le nombre suivant dans une forme de saute-mouton numérique.

Dans les premiers temps, chacune des deux enfants attends que sa camarade ait inscrit le nombre précédent pour inscrire le sien. Et puis, peu à peu, cette contrainte disparaît. L'une des deux comprend qu'en comptant de deux en deux elle peut écrire ses nombres sans attendre que le nombre précédent soit écrit. L'une a donc les nombres pairs et l'autre les nombre impairs, même si elles ne connaissent pas encore ces mots.

Dans ce décompte de deux en deux, il leur faut d'abord prononcer les nombres intermédiaires pour ne pas se tromper. Celle qui a les nombres pairs, qui est au nombre 160, murmure "161, 162" avant d'écrire le 162. Puis, peu à peu, le mécanisme de comptage de 2 en 2 se met en place et les nombres intermédiaires disparaissent : l'une compte 200, 202, 204, 206... d'un côté tandis que sa camarade compte 187, 189, 191... Elles n'ont même plus besoin de s'attendre et en se gênant moins, elles vont plus vite.

À la fin de la séance, plusieurs des petits îlots sont comptés et classés. Il en reste quelques-uns à faire, mais la technique est au point et ce ne serait plus qu'une formalité de finir le classement.

Lors d'une séance, l'idée de trier les formes selon leur angle apparaît. Le besoin s'en était fait ressentir pour pouvoir différencier des losanges ayant à peu près la même taille mais dont on voyait bien qu'ils ne se superposaient pas exactement.

Curieusement, pour plusieurs enfants qui découvrent les angles, la notion de grands et petits est inversée par rapport à ce que l'on connaît. Même s'ils ont parfois du mal à exprimer clairement leur intuition, ils expliquent qu'un angle plus pointu est plus grand, tandis qu'un angle plus plat sera plus petit. Certains finissent par expliquer que lorsqu'on pose verticalement un angle plus pointu, il monte plus haut. Cette définition n'est pas parfaite car elle dépend de la longueur des côtés qui forment l'angle, mais c'est un début et cela a le mérite de faire comprendre la notion au reste de la classe qui ne voyait toujours pas bien de quoi on parlait.

1. Même matériel, pour des plus grands

Mêmes questions mais en comparant les surfaces : ranger les formes de celle ayant la plus grande surface à celle ayant la plus petite.

On peut, pour des surfaces plus grandes que les pièces des « blocs géométriques », se servir de ceux-ci pour comparer des surface, en recouvrant la surface avec des petits carrés, ou triangles, et comparer combien on en place sur les différentes surfaces

On peut envisager de passer par la pesée

Dans la pratique on remarque qu'il est difficile de sortir de la superposition, imparfaite, et de la réponse directe et intuitive sans justification. Ce problème mériterait sans doute d'y passer plus de temps, ou gagnerait peut être à être posé à des enfants plus âgés.

1. Le problème du voyageur de commerce :

Il s'agit d'un problème classique de mathématiques : un voyageur de commerce doit passer par un certain nombre de villes puis rentrer chez lui. Quel est le plus court chemin ? On peut le faire sur des feuilles, en traçant le trajet avec un crayon et une règle, puis en additionnant les différentes longueurs obtenues. (Version CE1, a priori)

On peut aussi planter des punaises dans du carton et faire le trajet avec une ficelle.

Il est aussi possible de transformer ce jeu en séance de sport en le faisant dans la cour : les élèves comptent leurs pas. On les fait ensuite marcher le même nombre de pas tout droit pour visualiser la longueur obtenue, et la comparer avec les autres. Évidemment, c'est imprécis... Il est certainement possible d'introduire un instrument de mesure, peut être même pour les CP ? (un bâton, ou encore une ficelle d'une certaine longueur, qui peut prendre les virages, et pourquoi pas un mètre), que l'on utilise pour mesurer la taille du trajet. Il est également possible de dire que le but est de le faire le plus rapidement possible : même sans courir toujours à la même vitesse, un trajet plus long prendra en principe plus de temps. Cela permet d'introduire le chronomètre, ou la trotteuse d'une horloge.

Dans une classe de CP/CE1, les enfants semblent comprendre rapidement le problème, d'autant qu'il s'agit d'un "défi", il faut faire mieux que son voisin, ce qui est toujours motivant pour un grand nombre. Mais rapidement, des écueils sont rencontrés : les enfants ne pensent par exemple pas à repérer un début de parcours, à attacher l'une des extrémités de la ficelle à l'une des punaises. Il ne leur semble pas évident que le point de départ importe peu. Ils se satisfont de la première solution trouvée... Bref, le réel intérêt du problème leur échappe, et ils perdent rapidement l'intérêt d'y réfléchir. L'idée de mesurer avec une règle ne leur vient pas non plus. Nous passons rapidement à autre chose. Le fait de le faire "en grand" donnerait sans doute au problème un aspect plus concret, mais cela demande plus d'organisation, de l'anticipation.

Ce problème est certainement intéressant en le prenant à l'envers : Le problème du touriste pas pressé qui veut faire la route la plus longue possible en voyant toutes ces villes...

1. Les volumes

Avec des récipients de diverses formes : les ranger du plus grand au plus petit (en hauteur). Les ranger de celui qui contient le plus à celui qui contient le moins. (Probablement plus pour les CE1) Cela peut se passer par transvasement d'eau, ou de sable... Ça risque d'être sale !

Avec des CE1/CE2 : l'enseignante a préparé l'activité : chaque groupe aura 4 volumes à comparer. Il faut trouver l'ordre dans lequel les ranger, de celui qui contient le plus à celui qui contient le moins. Une réserve d'eau est prévue pour vérifier ensuite que l'ordre trouvé est le bon. Dans tous les groupes, indépendamment, les enfants proposent d'additionner le périmètre de base du récipient à sa hauteur, et de classer suivant ce résultat.

Malheureusement, il se trouve que tous les récipients présent, trop semblables sont effectivement rangés dans le bon ordre via cette méthode pourtant fausse. Mais que dire aux enfants ? Il est trop compliqué de se lancer dans une explication sur le calcul des volumes, on ne peut pas leur montrer de contre-exemple...

Vient le moment de "vérifier". Et ce qui nous semblait évident : remplir soit le plus grand contenant soit le plus petit, verser dans le suivant, mettre à niveau si besoin et recommencer avec le suivant s'avère en fait être un problème loin d'être simple. Par manque de temps, car ils en ont déjà passé beaucoup à faire des mesures et des calculs, nous sommes obligés de forcer un peu le mouvement. Pourtant, des idées intéressantes apparaissent. L'un des élèves, notamment, après avoir transvasé le contenu d'une bouteille dans une bouteille plus grande veut, avant de compléter la quantité d'eau, tracer un trait pour garder une trace du niveau de l'eau. Une sorte de graduation, dont il aurait sans doute pu faire quelque chose si on lui avait permis d'utiliser l'eau dès le début pour répondre à la question.

À titre personnel, cela me rappelle encore une fois qu'il ne faut jamais présumer de comment les élèves vont réagir, des idées qu'ils peuvent avoir... La question était la bonne : classer les récipients de celui qui contient le plus à celui qui contient le moins. La méthode : ne donner que des instruments de mesures, et ne proposer l'eau que pour vérifier n'était pas la bonne. Même avec de l'eau, la méthode à suivre n'était ni évidente, ni unique. À refaire, donc !

1. Avec une feuille de papier :

Petit défi : tracer la ligne la plus longue possible sur une feuille de papier. On peut ensuite montrer le découpage « de Carthage », qui permet de passer à travers une feuille A4, et suit une ligne particulièrement longue et repliée. Le fait de passer par le défi avant permettra peut-être à certains de penser au découpage si on leur pose la question de découper une feuille pour pouvoir passer dedans. Encore une occasion de faire la différence entre surface et longueur, consciemment ou non, formulé ou non...

6 . Avec les blocs géométriques :

On prend un certain nombre de pièces, les mêmes pour tout le monde, et on essaye de faire une figure avec le plus grand périmètre possible, puis avec le plus petit périmètre possible. Chacun note les meilleurs résultats trouvés. Pour calculer le périmètre, on peut tout simplement compter combien la figure a de petits côtés, à condition de ne pas prendre les demi-hexagones. Dans un deuxième temps, on pourra les prendre, en remarquant que leur grand côté vaut exactement deux petits.

Pour bien visualiser le périmètre, qui est une longueur, et ne pas l'associer à la forme, on peut aligner à chaque fois autant de carrés qu'il y a de petits côtés qui font le tour de la forme. Et tracer la ligne qui correspond à toute la longueur du périmètre « déplié ». En plus de compter le nombre de côtés, on voit ainsi les longueurs des périmètres, et on peut donc directement voir ceux qui sont plus longs, sans passer par le calcul. Et cela permet aussi éventuellement d'introduire l'idée d'utiliser une ficelle pour faire le tour sans avoir à compter.

On peut faire remarquer (peut être plus pour les CE1) que pourtant la surface reste toujours la même, puisqu'on utilise les mêmes pièces.

Exemples :

- avec 9 carrés, on peut former des figures ayant un périmètre de 12, 14, 16, 18, ou 20 côtés
- avec 10 triangles, de 8, 10 ou 12 côtés